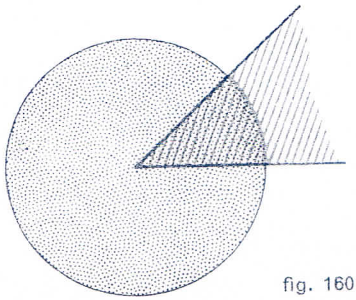

fig. 160

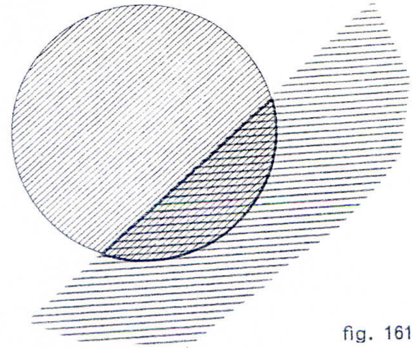

fig. 161

145 Due punti A, B della circonferenza individuano due archi di cui A e B sono gli *estremi* (n. 40).

L'arco avente per estremi i punti A e B si denota con $\widehat{AB}$. Se però è necessario precisare di quale dei due archi s'intende parlare, si inserisce una terza lettera, come in fig. 157, e si parla, per esempio, di arco $\widehat{ACB}$.

Il centro e il raggio della circonferenza a cui appartiene un arco si dicono *centro* e *raggio dell'arco*.

Il segmento che unisce due punti qualunque di una circonferenza si chiama **corda**. Dato un arco di estremi A, B, si dice che la corda AB *sottende* l'arco, oppure che l'arco è *sotteso* dalla corda che unisce gli estremi. I *diametri* sono corde passanti per il centro.

Si chiama **angolo al centro** di una circonferenza ogni angolo non maggiore di un angolo giro e avente il vertice nel centro (figg. 158 e 159).

Un arco si può considerare la figura intersezione di un angolo al centro con la circonferenza (fig. 160).

146 La figura intersezione di un cerchio con un suo angolo al centro si chiama *settore* circolare (fig. 160). La parte di piano compresa fra un arco e la rispettiva corda si chiama **segmento di cerchio**; esso si può considerare come intersezione di un cerchio con un semipiano (fig. 161).

147 Fra l'insieme $\mathscr{A}$ degli angoli al centro e l'insieme $\mathscr{L}$ degli archi di una circonferenza Γ, stabiliamo questa *corrispondenza* Ω:

ad ogni angolo α, appartenente ad $\mathscr{A}$, corrisponde l'arco l, appartenente a $\mathscr{L}$, se

$$l = \alpha \cap \Gamma,$$

cioè se l è intersezione di α con la circonferenza Γ.

Tale corrispondenza è manifestamente biunivoca. Per gli elementi corrispondenti α e l si usano anche le seguenti locuzioni: « *α comprende l* », « *α insiste su l* ».

In particolare all'angolo giro corrisponde l'intera circonferenza e ad un angolo nullo corrisponde un arco nullo.

La corrispondenza Ω così stabilita conserva la congruenza, nel senso che *ad angoli congruenti corrispondono archi congruenti*. Infatti, la rotazione del piano attorno ad

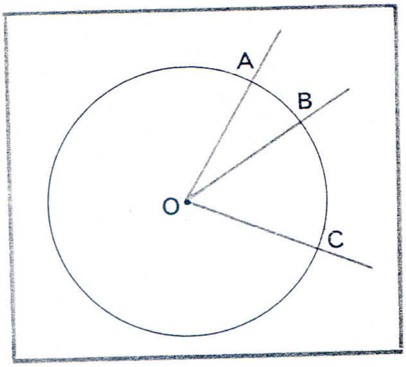

fig. 162

O — che sovrappone due angoli congruenti — sovrappone i corrispondenti archi, e viceversa.

Un arco corrispondente, in Ω, ad un angolo piatto si chiama **semicirconferenza.** Poichè due angoli piatti sono congruenti, anche due semicirconferenze, di una stessa circonferenza Γ, sono congruenti.

148 Fra l'insieme $\mathscr{L}$ degli archi, corrispondenti ad angoli minori di un angolo piatto, e l'insieme $\mathscr{C}$ delle corde di una medesima circonferenza Γ stabiliamo questa **corrispondenza** T: *ad un arco* l, *appartenente a* $\mathscr{L}$, *corrisponde una corda* c, *appartenente a* $\mathscr{C}$ *se* l *e* c *hanno gli stessi estremi.*

Tale corrispondenza T *conserva manifestamente la congruenza.* Infatti, la rotazione del piano attorno ad O — che sovrappone due archi congruenti di Γ — sovrappone evidentemente le due corde, e viceversa.

149 Considerato un fascio di raggi di centro O ed una circonferenza con il suo centro nel centro del fascio, la nozione di « *somma di angoli* », già considerata sopra il fascio di raggi, si estende in modo naturale alla « **somma di archi** » della circonferenza, associati nella corrispondenza Ω prima stabilita; possiamo dire che un angolo — che ha il vertice nel centro del fascio e che è somma di due angoli — è il corrispondente di un arco, somma dei due archi corrispondenti.

150 Se $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ (fig. 162) sono due angoli al centro consecutivi di una circonferenza e $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ gli archi corrispondenti in Ω, si scrive:

$$\widehat{AOB} \overset{\Omega}{\longleftrightarrow} \widehat{AB}\star$$

$$\widehat{BOC} \overset{\Omega}{\longleftrightarrow} \widehat{BC},$$

e si ha manifestamente:

$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} \overset{\Omega}{\longleftrightarrow} \widehat{AB} + \widehat{BC} ;$$

la corrispondenza Ω, cioè, *conserva la somma.*

⋆ Il simbolo «$\longleftrightarrow$», segmento doppiamente frecciato, sta ad indicare che la *corrispondenza è biunivoca.*

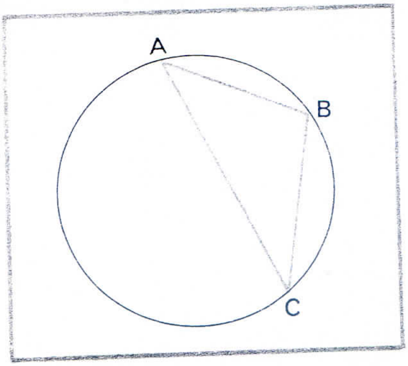

fig. 163

Se AB, BC (fig. 163) sono due archi di una circonferenza e AB, BC le corde corrispondenti in T, si scrive:

$$\overset{\frown}{AB} \overset{T}{\longleftrightarrow} AB$$

$$\overset{\frown}{BC} \overset{T}{\longleftrightarrow} BC$$

e si ha manifestamente:

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} \overset{T}{\longleftrightarrow} AC \neq AB + BC$$

la corrispondenza T, cioè, *non conserva la somma.*

151 L'introduzione dei concetti di « **minore** » e « **maggiore** », per archi di una medesima circonferenza o di circonferenze congruenti, si fa in modo analogo all'introduzione, già considerata, dei medesimi concetti per angoli di un fascio di raggi.

Inoltre, il concetto di angolo maggiore di un angolo giro porta, corrispondentemente, a considerare anche **archi maggiori di una circonferenza**.

Data la biunivocità della corrispondenza Ω fra archi ed angoli al centro di una circonferenza e la congruenza prima ricordata, le relazioni di disuguaglianza fra archi si riflettono in relazioni equiverse di disuguaglianza fra angoli. Pertanto, *il confronto fra archi viene ricondotto al confronto fra angoli, e viceversa.*

Proprietà della circonferenza

152 Osserviamo che la simmetria di centro O muta la circonferenza (e il cerchio) in se stessa, cioè O è centro di simmetria per la circonferenza (e per il cerchio). Tale simmetria si può immaginare realizzata dalla *rotazione* del piano, attorno al punto O, di un angolo uguale ad un angolo piatto.*

* Nel movimento di rotazione del piano attorno al punto O dobbiamo pensare a due piani sovrapposti di cui uno sta fermo e l'altro ruota attorno a quel punto.