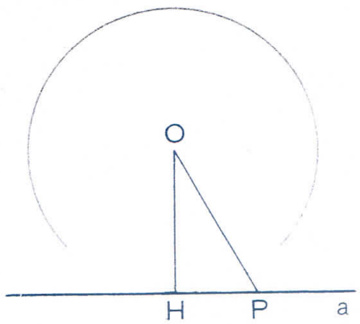
fig. 170

Posizioni reciproche di una retta e di una circonferenza

160 Arriviamo in modo spontaneo allo studio delle mutue posizioni di una circonferenza Γ e di una retta a, situate nel medesimo piano, considerando tutte le ipotesi che possiamo fare sulle relazioni fra il raggio r di Γ e la distanza h del centro O di Γ dalla retta a.

Esprimiamo simbolicamente queste ipotesi, con le loro conseguenze, sottolineando l'opportunità del ricorso ai simboli per tradurre in modo semplice ed evidente alcune formulazioni di teoremi che, nel linguaggio comune, sono in genere pesanti.

161 Indichiamo con h la distanza OH fra O ed a, con r il raggio della circonferenza di centro O e con A, B due punti della retta a.

TEOREMI
1) $h > r \Rightarrow$ tutti i punti di a sono esterni a Γ
2) $h = r \Rightarrow (\Gamma \cap a = \{H\})$ et (ogni altro punto di a è esterno a Γ)
3) $h < r \Rightarrow \Gamma \cap a = \{A, B\}$*

1) Se $OH > r$ (fig. 169), il punto H è esterno alla circonferenza e perciò è esterno ogni altro punto P della retta a, perchè il segmento obliquo OP è maggiore del segmento perpendicolare OH e quindi di r. Dunque la retta a è costituita di punti esterni alla circonferenza.

2) Se $OH = r$ (fig. 170), H appartiene alla circonferenza, mentre ogni altro punto P di a è esterno, perchè $OP > OH$. Dunque la retta a ha in comune con la circonferenza il solo punto H.

3) Se $OH < r$ (fig. 171), H è interno alla circonferenza. Si prenda allora sulla retta a il punto P (postulato del trasporto) alla destra di H, in modo che risulti $HP \cong r$: sarà $OP > HP$, perchè rispetto ad OH il segmento OP è obliquo e HP è perpendicolare; perciò $OP > r$ e P risulta un punto esterno. Allora il segmento HP, poichè congiunge un punto interno con un punto esterno a una linea chiusa

* Un modo per rappresentare un insieme di elementi, di natura qualsiasi, è quello di fare un elenco di tali elementi e racchiuderlo tra parentesi graffa.

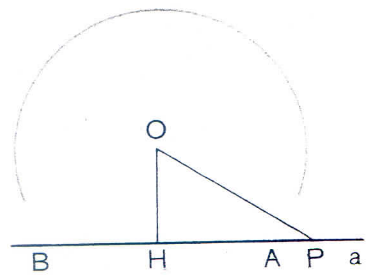

fig. 171

(qual è la circonferenza), incontrerà la circonferenza in un punto A, in conseguenza del postulato generale del n. 41. Con considerazioni analoghe si dimostra che la retta a interseca la circonferenza in un secondo punto B alla sinistra di H. La retta ha in comune con la circonferenza due punti.

162 Le circostanze contenute nelle tesi dei tre teoremi precedenti si esprimono con le seguenti locuzioni:

1) la retta a è **esterna** alla circonferenza Γ

2) la retta a è **tangente** alla circonferenza Γ nel punto H (che si chiama *punto di tangenza* o *di contatto*)

3) la retta a è **secante** della circonferenza Γ.

Osserviamo che le ipotesi dei teoremi hanno condotto a tesi che si escludono a vicenda; perciò sussistono i teoremi inversi (*seconda legge delle inverse*).

Riassumiamo i teoremi diretti e inversi nel seguente quadro, tenendo conto delle locuzioni introdotte.

1) $h > r \Leftrightarrow a$ *esterna a* Γ

2) $h = r \Leftrightarrow a$ *tangente a* Γ

3) $h < r \Leftrightarrow a$ *secante di* Γ.

163 COROLLARIO Una retta che passa per un punto P, interno a una circonferenza di centro O è secante della circonferenza.

Infatti la distanza del centro della circonferenza dalla retta è minore o congruente di OP, che è minore del raggio.

164 Dalla dimostrazione del 2° teorema del n. 161 risulta immediatamente questo

COROLLARIO La tangente ad una circonferenza è perpendicolare al raggio passante per il punto di contatto.

Viceversa la perpendicolare a un raggio di una circonferenza nel suo estremo è tangente alla circonferenza.

Infatti, in tal caso la distanza della retta dal centro è eguale al raggio.