Equazioni letterali di 2° grado

Per discutere e risolvere un'equazione letterale si procede come segue:

1. si applicano i principi di equivalenza per portare l'equazione alla forma canonica
$$a(k)x^2 + b(k)x + c(k) = 0;$$
2. se compaiono denominatori, determinare il C.E. prima di eliminare il denominatore;
   Il C.E. può contenere condizioni di due tipi: (•) $k \neq n$
   (••) $x \neq \ldots$
3. si inizia la DISCUSSIONE nel seguente ordine
   se nel C.E. sono presenti condizioni del tipo (•)
   I. se $k = n$ l'equazione perde significato
   II. se $\exists k / a(k) = 0$ per esempio $k = m$ $a(k) = 0$ l'equazione ammette una sola soluzione reale $x_1 = -\frac{c}{b}$, la seconda soluzione $x_2 \to \infty$
   III. per $k \neq n \wedge k \neq m$ si calcola il Δ (o $\Delta/4$ se ci sono le condizioni) (*)
   IV. si discute come varia il segno del Δ al variare di k
   se $k = \ldots$ $\Delta < 0 \Rightarrow$ due soluzioni complesse coniugate e si calcolano $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$
   se $k = \ldots$ $\Delta = 0 \Rightarrow$ due soluzioni reali $\equiv$ e si calcolano, $x_1 \equiv x_2 = -\frac{b}{2a}$
   se $k \neq 0$ $\Delta > 0 \Rightarrow$ due soluzioni reali $\neq$ e si calcolano, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
   se nel C.E. sono presenti condizioni del tipo (••)
   V. occorre fare un confronto con le soluzioni trovate per stabilire per quali valori di k sono accettabili oppure no
   VI. si compila la conclusione

(*) se l'equazione non è completa non occorre calcolare Δ:
(-) se è spuria ho sempre due soluzioni reali
$x_1 = 0$
$x_2 = -\frac{b}{a}$
eventualmente da mettere a confronto con le condizioni del C.E. (••)
(--) se è pura occorre studiare il segno di $-\frac{c}{a}$:
se $-\frac{c}{a} > 0$ due soluzioni reali opposte $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ e si calcolano
se $-\frac{c}{a} < 0$ due soluzioni immaginarie $x_{1,2} = \pm i\sqrt{\frac{c}{a}}$ e si calcolano
eventualmente da mettere a confronto con le condizioni (••) del C.E.